

SOFTWARE EDUCATIVO PARA TEMAS DE CÁLCULO NUMÉRICO: Interpolación y Aproximación Polinomial: Tercer prototipo

María E. Ascheri, Rubén A. Pizarro, Gustavo J. Astudillo, Pablo García, María E. Culla

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales - Universidad Nacional de La Pampa

RESUMEN

El principal objetivo del Proyecto de Investigación en el que actualmente estamos trabajando, es continuar con el desarrollo de software educativo utilizando herramientas libres, para la enseñanza y el aprendizaje de los temas: *Interpolación y Aproximación Polinomial y Ajuste de Curvas por Mínimos Cuadrados*. Este objetivo involucra la construcción de una herramienta educativa, promoviendo el protagonismo del sujeto y facilitando el trabajo que, para alumno y profesor, supone la tarea de formación. Si bien en esta instancia abordaremos los temas antes citados, el desarrollo de esta estrategia metodológica de elaboración propia tiene como meta final lograr una integración curricular de todos los contenidos temáticos de Cálculo Numérico.

En la actualidad, el grupo de investigación se encuentra desarrollando dos tareas:

- Evaluación del impacto que produce en el proceso de enseñanza y aprendizaje de temas de Cálculo Numérico, el uso de un software elaborado para tal fin.
- Desarrollo de los métodos que completan la propuesta inicial.

En una etapa previa, realizamos un relevamiento sobre las aplicaciones educativas existentes relacionadas con los contenidos abordados, como así también de las herramientas libres para el desarrollo Web que permitieran el diseño de este nuevo software. Luego de seleccionar las herramientas para el diseño de la aplicación, elaboramos un

prototipo utilizado para la enseñanza y el aprendizaje del tema “*Resolución Numérica de Ecuaciones no lineales*”.

El software se encuentra accesible en la siguiente dirección:

<http://online2.exactas.unlpam.edu.ar/numerico/>

Palabras clave: *software educativo, cálculo numérico, software libre*

CONTEXTO

Nuestro Proyecto de Investigación, acreditado y financiado por la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad Nacional de La Pampa, aborda líneas de investigación estrechamente vinculadas con varios de los Proyectos que se desarrollan en el Departamento de Matemática, del cual formamos parte. En este Proyecto, analizamos las herramientas libres existentes para el desarrollo de software educativo, la elaboración de software con estas herramientas y la incidencia de este software en el proceso de enseñanza y aprendizaje. De esta forma, se vincula con otros Proyectos del Departamento relacionados a temas de ingeniería didáctica, inclusión de tecnologías en el proceso de enseñanza y aprendizaje y la importancia de la visualización gráfica en la enseñanza de la matemática. Por tal motivo, el desarrollo del actual Proyecto, demanda una continua interacción con los investigadores de los demás Proyectos de la Institución, actuando en beneficio de sus avances.

1. INTRODUCCIÓN

Desde el año 2008 venimos desarrollando un software educativo para temas de cálculo numérico, que incluye el tema “*Resolución numérica de ecuaciones no lineales*” e incluirá “*Interpolación y Aproximación Polinomial y Ajuste de Curvas por Mínimos Cuadrados*” (Ascheri et al., 2008 a); 2009 a); 2010 a). A este software lo elaboramos íntegramente con software libre: PHP, HTML, CSS, JGraph¹, DevPHP², NVU³ y GIMP⁴.

En la primera etapa del Proyecto, navegamos la Web en busca de aplicaciones destinadas a la enseñanza y el aprendizaje de temas de Cálculo Numérico (Chapara y Canale, 2007), particularmente, de aquellos que se abordarán en este software. En virtud de que las opciones halladas en esa instancia no se centraban en lo formativo, comenzamos con la elaboración de nuestro software educativo. Entenderemos, aquí, como software educativo a “*programas para ordenador creados con la finalidad específica de ser utilizados como medio didáctico, es decir, para facilitar los procesos de enseñanza y de aprendizaje*”. (Pere Marquès, 1996, p.2).

A finales del año 2008 y principios del 2009, comenzamos con la evaluación del primer prototipo (Ascheri et al., 2008 b) y c); 2009 b); 2010 b) y c). Para ello, utilizamos una técnica usada para evaluar sistemas, la cual se denomina *caminata cognitiva*. En esta técnica, “*un grupo de expertos simula la manera en cómo un usuario caminaría por la interfaz al enfrentarse a tareas particulares*.” (Baeza

Yates y Rivera Loaiza, 2002, p.8). Esto nos permitió identificar un conjunto de fortalezas y debilidades en la aplicación desde los puntos de vista didáctico-matemático, del aprendizaje, del tratamiento del error y de la usabilidad.

Desde el punto de vista didáctico-matemático, utilizamos la clasificación propuesta por Kemmis et al. (1977) para identificar la fundamentación educativa de la aplicación. La clasificamos dentro del paradigma instruccional, revelatorio o conjetural.

Para evaluar la usabilidad, es decir, la capacidad de un software de ser comprendido, aprendido, usado y ser atractivo para el usuario en condiciones específicas de uso (Wikipedia, 2009), utilizamos las heurísticas adaptadas por Instone (1997) y citadas por Baeza Yates et al. (2002). Los resultados obtenidos se muestran en la siguiente tabla:

Tabla 1. Resultados el análisis de usabilidad

Aspecto evaluado	Se cumple Aceptable-mente	Se cumple Parcial-mente	No se cumple
Visibilidad del estado del sistema		X	
Similitud entre el sistema y el mundo real	X		
Control por parte del usuario y libertad	X		
Consistencia y cumplimiento de estándares	X		
Prevención de errores	X		
Preferencia al reconocimiento	X		
Flexibilidad y eficiencia de uso		X	
Estética y diseño minimalista		X	
Ayuda para los errores	X		
Ayuda y documentación			X

El análisis dio como resultado un conjunto de recomendaciones que nos permitieron realizar varias mejoras al software. Estas nos indujeron a efectuar una mejor navegabilidad y dar opciones más claras para facilitar la resolución de los ejercicios y la visualización de los resultados, a proporcionar una visión global de los métodos en la asignatura, a dar información de sus autores y, además comenzamos a desarrollar una serie de ayudas.

¹ JGraph es una librería multi-plataforma para el diseño de objetos gráficos. Utiliza PHP 4.3 o superior. Es libre para uso educativo (<http://jgraph.net>).

² DevPHP es un IDE para multi-lenguaje: HTML, CSS, JavaScript, PHP, SQL y XML (<http://devphp.sourceforge.net/dev3/>).

³ Nvu es un editor de páginas web WYSIWYG Multiplataforma (<http://www.nvu.com>).

⁴ GIMP es un programa de edición de imágenes de mapa de bits disponible bajo la Licencia GNU (<http://www.gimp.org/>).

Durante el segundo cuatrimestre de los años 2009 y 2010, utilizamos el software con alumnos de Cálculo Numérico para la resolución de ejercicios de trabajos prácticos y para el desarrollo del primer examen parcial. Esto nos permitió realizar una segunda evaluación de la aplicación.

Con el objetivo de rescatar la opinión de los alumnos sobre la utilización del software, implementamos una encuesta cuyos resultados fueron muy favorables. Dichos resultados se muestran en las figuras 1 y 2 siguientes (Ascheri et al., 2009 b). En el año 2010, utilizamos la aplicación –como en el 2009– pero fue imposible realizar la encuesta debido a que sólo cursaron dos alumnos/as.

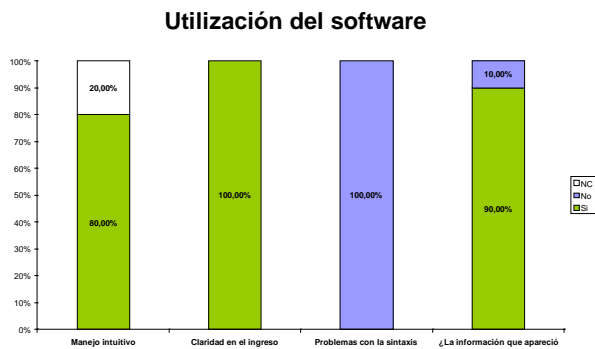


Figura 1. Gráfico que muestra que la operación del software les resultó sencilla (verde). Cabe aclarar que en la tercera columna se pregunta por problemas de sintaxis.

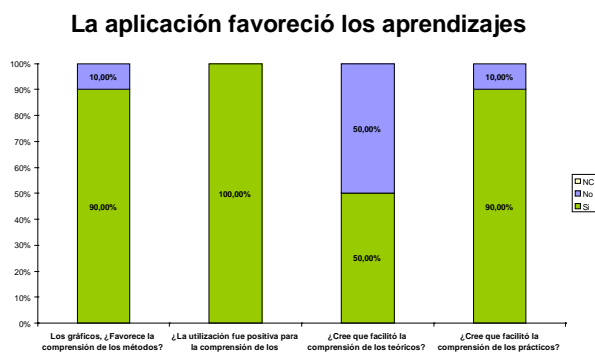


Figura 2. Gráfico que muestra las respuestas favorables (en verde) respecto al impacto que tuvo el software en el apoyar los aprendizajes.

Si bien la evaluación resultó muy positiva, gracias a las observaciones realizadas en la encuesta y a las experiencias del aula, trabajamos –y aún lo hacemos actualmente– con

la finalidad de mejorar las ayudas que brinda el software y de otorgar una mejor información sobre el ingreso de datos.

Durante el año 2010, en paralelo con la utilización del software en las clases, avanzamos sobre la opción del tema referido a *Interpolación*. Desarrollamos las opciones del: *método de interpolación de Lagrange* (figura 3) y *del método de interpolación de Newton*.

En ambos casos, los alumnos, pueden partir de una tabla o utilizar una función para generar la tabla inicial. Una vez aplicado el método, se muestra la gráfica⁵ del polinomio y se destacan los puntos ingresados. Debajo de la tabla de valores, se muestran el desarrollo y el polinomio obtenido a partir de la aplicación del método (figura 5). En el método de Newton, se muestra, además, la tabla de diferencias (figura 4).

A partir de los valores ingresados, para ambos métodos, la aplicación genera una gráfica. A esta se le van agregando los puntos que el alumno va generando utilizando la opción “¿Qué número desea interpolar?”. Tanto la tabla como la gráfica, se van actualizando para cada valor interpolado. Se marcan los nuevos valores con un asterisco. En la gráfica, sólo se marca el último valor generado (ver figura 6).



Figura 3. Página inicial del Método de interpolación de Lagrange, donde se puede observar las opciones de ingreso (por tabla o a partir de una función).

⁵ Al elegir la opción de utilizar una función, además de la gráfica del polinomio se muestra la gráfica de la función.



Figura 4. Método de Newton. Tabla de diferencias generada por la aplicación a partir de los valores ingresados.

A partir de la tabla se obtiene la siguiente expresión:

$$L(x) = ((x-7)(x-17)(x-27))((3-7)(3-17)(3-27))^{-1} + ((x-3)(x-17)(x-27))((7-3)(7-17)(7-27))^{-1} + ((x-3)(x-7)(x-27))((17-3)(17-7)(17-27))^{-1} + ((x-3)(x-7)(x-17))((27-3)(27-7)(27-17))^{-1}$$

Agrupando y simplificando, obtenemos:

$$L(x) = -0.0035x^3 + 0.1395x^2 - 0.7245x - 1.5145$$

Figura 5. Método de Newton. Se muestra el desarrollo del polinomio de interpolación generado por la aplicación.

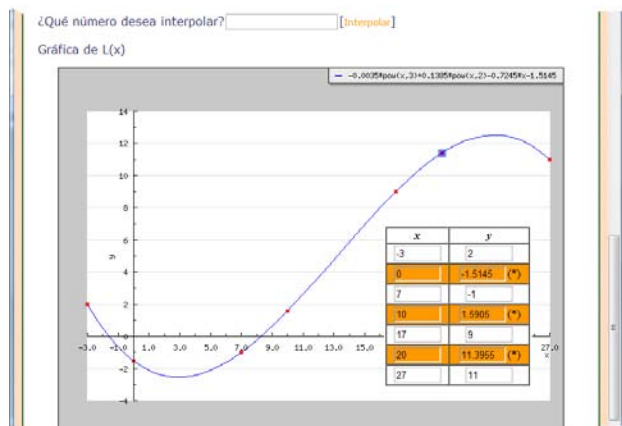


Figura 6. La imagen muestra la gráfica obtenida a partir de cuatro valores iniciales y los tres valores generados a partir del polinomio de interpolación (marcados con asterisco).

2. LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN Y DESARROLLO

Las líneas de investigación y desarrollo que seguimos son:

- Búsqueda y análisis de herramientas libres que permitan desarrollar software educativo con acceso Web.
- Desarrollo de software educativo para la enseñanza y el aprendizaje de algunos de

los métodos de resolución de ecuaciones no lineales.

- Elaboración de una planificación adecuada que permita la eficiente inserción del software en el desarrollo de las clases, optimizando de esta forma los resultados esperados.

3. RESULTADOS OBTENIDOS / ESPERADOS

Avanzamos sobre el tercer prototipo del software educativo para la enseñanza de temas de Cálculo Numérico. A las opciones ya desarrolladas y evaluadas para la *resolución de ecuaciones no lineales*, le agregamos las correspondientes a *interpolación* y *aproximación polinomial*. Esperamos que durante el primer cuatrimestre del año 2011, podamos desarrollar la última opción –*ajuste de curvas*– y realizar luego, las pruebas pertinentes a las nuevas opciones (*interpolación* y *ajuste de curvas*) con los alumnos que cursen durante el segundo cuatrimestre la asignatura Cálculo Numérico.

También obtuvimos una completa base bibliográfica sobre los temas que nos ocupan. Por otro lado, pretendemos volver a revisar la Web en busca de nuevas aplicaciones educativas para el desarrollo de los temas de Cálculo Numérico. Centraremos nuestra búsqueda en aquellos temas que aborden nuestra aplicación. Pretendemos con ello, contrastar los recursos hallados con la aplicación elaborada por nosotros. La intención es identificar fortalezas y debilidades de nuestra aplicación.

4. FORMACION DE RECURSOS HUMANOS

Este Proyecto está integrado por cinco docentes del Departamento de Matemática, Licenciados y Profesores de Matemática e Ingenieros en Sistemas. Algunos de los integrantes del equipo han finalizado su tesis de maestría relacionada con el Proyecto y otros se encuentran en la etapa de la elaboración de la misma.

Hemos presentado y publicado en Reuniones Científicas de carácter nacional e internacional, trabajos que han surgido de este Proyecto, aportándonos sugerencias y recomendaciones que derivaron en la versión actual del software. Así mismo, hemos adquirido compromisos tendientes a realizar intercambios de las producciones que surjan de los Proyectos implicados. Esto hará que se amplíe la población a la que está dirigida la implementación del software educativo, es decir, que no se restrinja sólo a la cátedra de Cálculo Numérico, docentes y alumnos.

5. BIBLIOGRAFIA

Ascheri M. E., Pizarro R. A., García P., Astudillo G. J., Culla M. E. (2008 a). *Desarrollo de un Software Educativo para la Visualización Gráfica del Comportamiento de Algunos Métodos Numéricos*. Anales del X Workshop de Investigaciones en Ciencias de la Computación, pp. 790-794. La Pampa. Argentina.

Ascheri M. E., Pizarro R., García P., Astudillo G. y Culla M. E. (2008 b). *Un software educativo con herramientas libres y acceso Web para temas de cálculo numérico: primer prototipo*. II REPEM – Memorias, pp. 223-230. La Pampa. Argentina.

Ascheri M. E., Pizarro R. Astudillo G., García P. y Culla M. E. (2008 c). *Métodos de resolución de ecuaciones no lineales con software elaborado con herramientas libres y acceso Web*. Memorias de la 5ª Jornada de Informática y Educación, pp. 1-11. Córdoba. Argentina. Disponible en <http://jornadaie.unvm.edu.ar/>

Ascheri M. E., Pizarro R. Astudillo G., García P. y Culla M. E. (2009 a). *Software educativo para el tratamiento de algunos temas de cálculo numérico: primera etapa de evaluación*. Anales del XI Workshop de Investigaciones en Ciencias de la Computación, pp. 670-673. San Juan. Argentina.

Ascheri M. E. Astudillo G., García P., Pizarro R. y Culla M. E. (2009 b). *Análisis de*

un software educativo para Cálculo Numérico. Memorias del VI CIEMAC, pp. 148-158. Cartago. Costa Rica. Disponible en <http://www.cidse.itcr.ac.cr/ciemac/>

Ascheri M. E., Astudillo G., García P., Pizarro R. y Culla M. E. (2010 a). *Elaboración de un software educativo usando herramientas gratuitas. Primeras evaluaciones*. Anales del XII Workshop de Investigadores en Ciencias de la Computación, pp. 734-738. Santa Cruz. Argentina.

Ascheri M. E., Pizarro R., Astudillo G., García P. y Culla M. E. (2010 b). *Resolución de ecuaciones no lineales e interpolación numérica usando software educativo elaborado con herramientas gratuitas*. III REPEM – Memorias, pp. 476-483. La Pampa. Argentina.

Ascheri M. E., Pizarro R., Astudillo G., García P. y Culla, M. E. (2010 c). *Diseño y elaboración de un software educativo para temas de Cálculo Numérico*. Memorias de Edutec 2010, pp. 1-10. Bilbao. España.

Baeza Yates R. y Rivera Loaiza C. (2002). *Ubicuidad y Usabilidad en la Web*. Consultado en Febrero, 11, 2009 en <http://www.dcc.uchile.cl/~rbaeza/inf/usabilidad.html>.

Chapra, S. y Canale, R. (2007). *Métodos Numéricos para Ingenieros*. 5º Ed. México: Mc Graw - Hill.

Instone K. (1997). *Site Usability Evaluation – Part. 1*. Consultado en Febrero, 12, 2009 en <http://instone.org/siteeval>.

Marqués P. (1996). *El software educativo*. Universidad Autónoma de Barcelona. Consultado en Enero, 26, 2009 en: http://www.lmi.ub.es/te/any96/marques_software_PHP www.php.net

Wikipedia, La enciclopedia libre. (2009). Usabilidad. Recuperado el 28 de marzo de 2009, de <http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Usabilidad&oldid=23617834>